



ピクトの独り言

フーリエ変換の話し_その2



株式会社 アイネット



表のカット



- コーヒータイムも終わり、一息つかれたと思います。
- では、話しに戻しましょう。
- 回転表の特徴についてでしたね(笑)。

- 回転表は、その他にも非常に興味深いことを表しています。

- 何か気づかれたことはありませんか。
- 分り難いかもしれないので、表の一部をカットしましょう。
- 本来であればカットできないのですが、仕方ないですね。

- ゼロ部分をカットしたら、見易くなりましたね(笑)。

画像 6



ゼロ部分をカットした回転表

回数 No	1	2	3	4	5	6	7
1	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
2	②	④	⑥	◎	②	④	⑥
3	③	⑥	①	④	⑦	②	⑤
4	④	◎	④	◎	④	◎	④
5	⑤	②	⑦	④	①	⑥	③
6	⑥	④	②	◎	⑥	④	②
7	⑦	⑥	⑧	④	③	②	①

表の特徴 1



- 次のようなことに気づかれることでしょう。
- ① 4 × 4 の位置を中心に、点対象となっている。
- ② 中心セルを囲む四角形の間隔はすべて等しい。
- ③ 表の中央に行くほど、縦横の間隔が広がっている。
- ④ 表を縦に見ると、表の左側は順列に並んでいる。
- ⑤ 表の右側は逆列に並んでいる。
- ⑥ 表を横に見ると、表の上側は順列に並んでいる。
- ⑦ 表の下側は逆列に並んでいる。

表の特徴 2



- ②は分かり難いでしょうか。
- レーンNo 3, 4, 5 と移動回数 3, 4, 5 の矩形をご覧ください。
- ①⇒④⇒⑦ または ⑦⇒④⇒① と、間隔は 3 ですね。
- その一つ外の四角形でも、④⇒⑥⇒⑧… と間隔は 2 です。
- 要は、四角形の間隔がすべて等しいのですね。

画像 7



移動回数 3, 4, 5

レーンNo 3, 4, 5

回数 No	1	2	3	4	5	6	7
1	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
2	②	④	⑥	⑧	②	④	⑥
3	③	⑥	①	④	⑦	②	⑤
4	④	⑧	④	⑧	④	⑧	④
5	⑤	②	⑦	④	①	⑥	③
6	⑥	④	②	⑧	⑥	④	②
7	⑦	⑥	⑧	④	③	②	①

進む過程 1



- 回転表は、なぜこのような結果になったのでしょうか。
- 移動している過程と移動した結果の違いにありそうです。
- これを矩形運動で検討してみましょう。
- 円の方が分かり易いかもかもしれません。
- けど、ごめんなさい。
- 我慢して、 3×3 の矩形で考えましょう。
- 矩形を円と想像してください。それは無理かな(笑)。
- 左上をスタートラインとし、時計回りに1つずつ進みます。

進む過程 2



- レーン 1 を見てみましょう。
- ◎から⑦までを円周と考えますと、円は 1 回転しています。

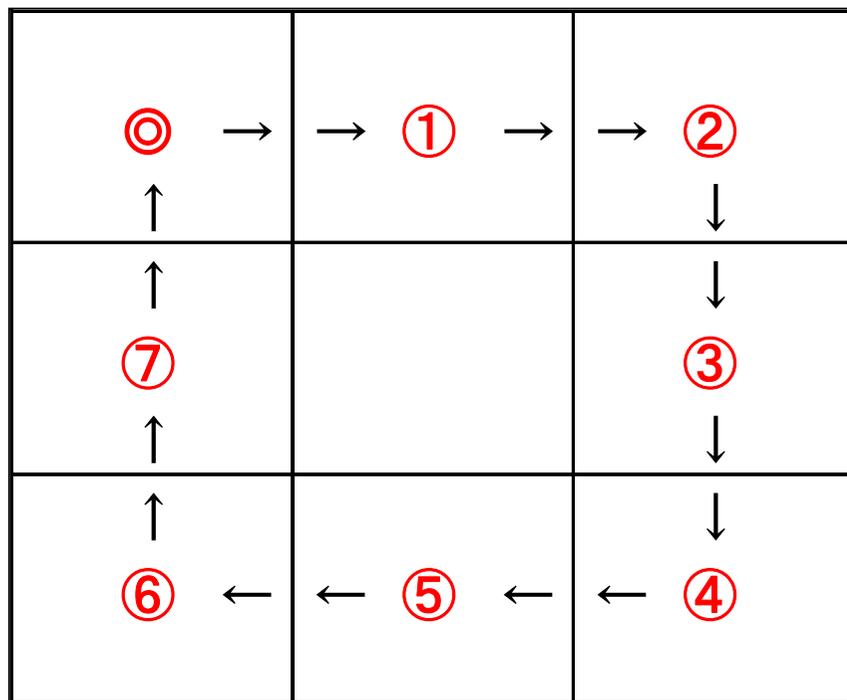
- 今度は、レーン 7 を考えてみましょう。
- 同じく、時計回りに 7 つずつ進みます。
- ◎ → .. → ⑦ → .. → ⑥ → という感じですね。

- ◎から⑦までを一つの円と考えてください。
- 円は 7 回転しています。
- 同じ時間だとすると、移動数 7 は高速、 1 は低速です。
-
- 移動数 7 のスピードは速いので、疲れましてでしょう(笑)。

画像 8

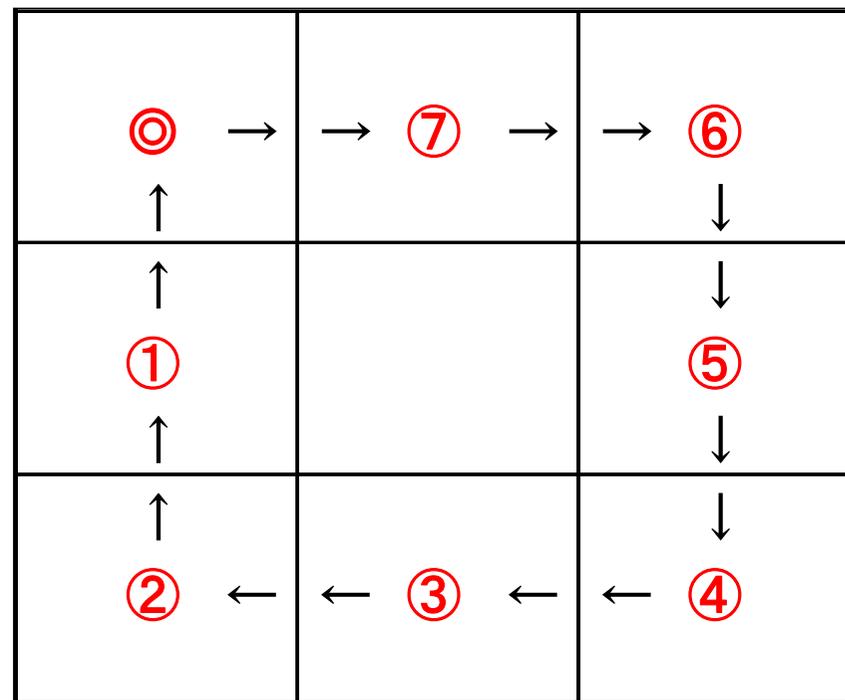
1 間隔ずつの鈍行列車

◎ → ① → ② → ③ → ④ →



6 飛ばしの特急列車

◎ → .. → ⑦ → .. → ⑥ →



進む過程 3

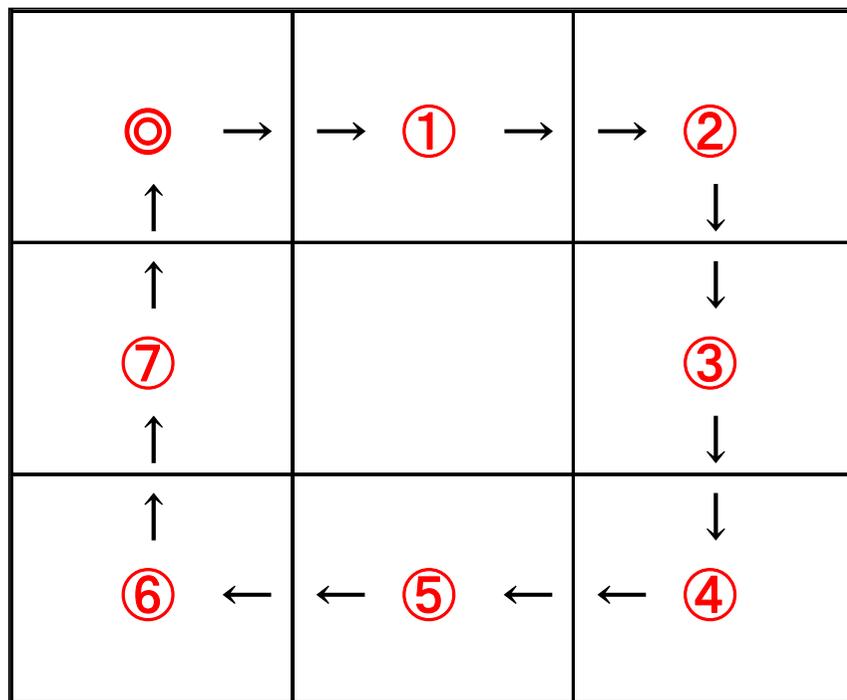


- 移動数 7の移動方向を反時計回りに変更してみましょう。
- 時計回りの1と、反時計回りの7に着目してください。
- 矢印は、現在進行している状態と方向を表しています。

画像 9

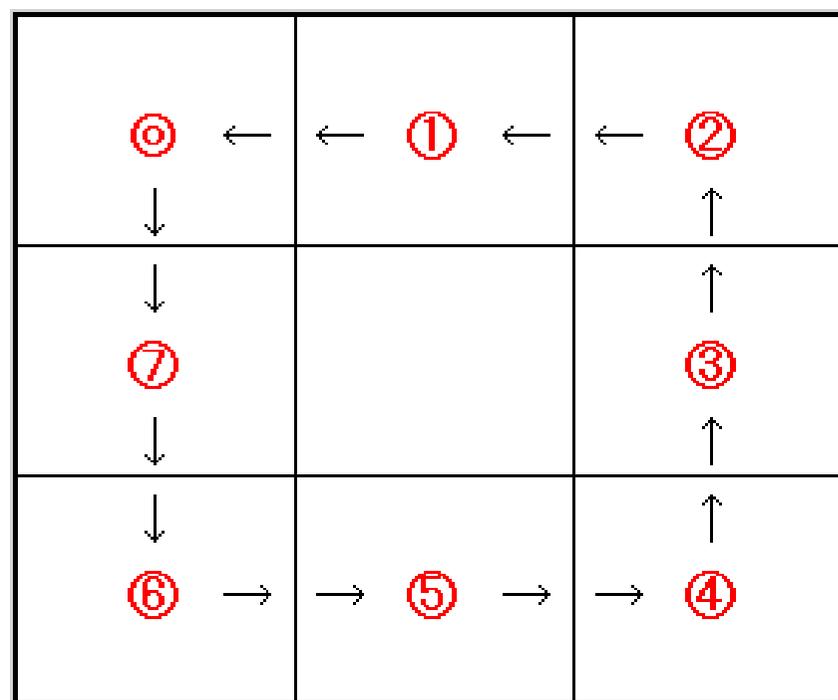
1 間隔ずつの鈍行列車

◎ → ① → ② → ③ → ④ →



反時計回りの特急列車

◎ → .. → ⑦ → .. → ⑥ →



進んだ結果



- 矢印は、進行している状態と方向を表していました。
- この矢印を消してみましょう。

- 移動数 7は高速で、移動数 1は低速と考えていました。
- 矢印を消して、7を反対回りにしてみると・・・。

- するとすると、7と1は同じ結果となりましたね。

画像10



1 間隔ずつの鈍行列車

◎ → ① → ② → ③ → ④ →

◎	①	②
⑦		③
⑥	⑤	④

反時計回りの特急列車

◎ → .. → ⑦ → .. → ⑥ →

◎	①	②
⑦		③
⑥	⑤	④

速度と間隔



- このことから、次のことが言えそうです。
 - ① 途中の進む過程（「速度」）は、7が速く、1が遅い。
 - ② 進んだ結果（「間隔」）は、両者とも同じである。
 - ③ 1を時計回り、7を反時計回りにすると、両者一致する。
 - ④ 中央に位置するセルに近い部分は、間隔が広い。
 - ⑤ 上下左右の端いわゆる周縁部分は、間隔が狭い。
-
- 終わった結果だけを見れば、両者は同じなのですね。
-
- 高速回転する扇風機などを見たことがありますか。
 - 高速で、止まって反対回りになって見える時があります。
 - あれが、まさにこの現象なのですね。

表の変形



- この回転表は、0を削除しないと、見辛かったですよね。
- その理由は、スタート位置が左上であるからのようです。
- バランスが取れていないからではないでしょうか。

- 中央にスタート位置が来るように、少し変形しましょう。
- まず、全体を4つの部分に区分します。
- それで、次のようにしてみましよう。
- ① 左上と右下の部分を入れ替える。
- ② 左下と右上の部分を入れ替える。

- 縦と横の中心がゼロに統一されると思います。
- 多分、見易くなると思いますね。

画像11

左上と右下の入れ替え
 左下と右上の入れ替え

回数 No	0	1	2	3	4	5	6	7
0	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
1	◎	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
2	◎	②	④	⑥	◎	②	④	⑥
3	◎	③	⑥	①	④	⑦	②	⑤
4	◎	④	◎	④	◎	④	◎	④
5	◎	⑤	②	⑦	④	①	⑥	③
6	◎	⑥	④	②	◎	⑥	④	②
7	◎	⑦	⑥	⑧	④	③	②	①

回数 No	0	1	2	3	4	5	6	7
0	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
1	◎	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
2	◎	②	④	⑥	◎	②	④	⑥
3	◎	③	⑥	①	④	⑦	②	⑤
4	◎	④	◎	④	◎	④	◎	④
5	◎	⑤	②	⑦	④	①	⑥	③
6	◎	⑥	④	②	◎	⑥	④	②
7	◎	⑦	⑥	⑧	④	③	②	①

回転表の特徴



- この中央配置型の回転表の特徴も検討しておきましょう。
- ① セルの中央を中心に、点対象となっている（同じ）。
- ② 中心セルを囲む四角形の間隔は、等間隔（同じ）。
- ③ 表の周縁に行くほど縦横の間隔が広くなる（異なる）。
- ④ 表の中央に行くほど縦横の間隔が狭くなる（異なる）。
- ⑤ 表を縦に見ると、表の左側は逆列に並ぶ（異なる）。
- ⑥ 表を縦に見ると、表の右側は順列に並ぶ（異なる）。
- ⑦ 表を横に見ると、表の上側は逆列に並ぶ（異なる）。
- ⑧ 表を横に見ると、表の下側は順列に並ぶ（異なる）。

- 「形式的には異なるが、内容的には同じ。」なんですね。

画像12



左上と右下の入れ替え
左下と右上の入れ替え

回数 No	4	5	6	7	0	1	2	3
4	⊙	④	⊙	④	⊙	④	⊙	④
5	④	①	⑥	③	⊙	⑤	②	⑦
6	⊙	⑥	④	②	⊙	⑥	④	②
7	④	③	②	①	⊙	⑦	⑥	⑤
0	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙
1	④	⑤	⑥	⑦	⊙	①	②	③
2	⊙	②	④	⑥	⊙	②	④	⑥
3	④	⑦	②	⑤	⊙	③	⑥	①

フーリエ変換用語_1



- フーリエ変換を勉強しますと、
 - ① 放射状の画像が描写される。
 - ② 周波数は、中央が遅く周辺が速い。
 - ③ 低周波は中央に集まる。
 - ④ 高周波は周縁に集まる。
 - ⑤ 低周波をカットすると輪郭が強調される（画像補正）。
 - ⑥ 高周波をカットすると、画像がぼやける（画像補正）。
 - ⑦ 低周波カット＝中央部のカット＝「ハイパス」。
 - ⑧ 高周波カット＝周縁部のカット＝「ローパス」。
 - と言った表現が散見されます。
-
- 「なんのこっちゃ？」と思われるかもしれません(笑)。

フーリエ変換用語_2



- これを、次のように理解したら簡単と思います。
 - ① 中央セルを中心に、点対称の図表が出来る。
 - ② 結果としての間隔は、中央が狭く周辺が広い。
 - ③ 間隔が狭い部分（低周波）は中央に集まる。
 - ④ 間隔が広い部分（高周波）は周縁に集まる。
 - ⑤ 中央をカットすると間隔が狭いものがカットされる。
 - ⑥ 周縁をカットすると間隔が広いものがカットされる。
 - ⑦ 低周波カット＝中央部のカット＝「ハイパス」。
 - ⑧ 高周波カット＝周縁部のカット＝「ローパス」。
-
- 実は、中央型回転表の説明なんですね。
 - 画像補正部分は、そのうち分かります(笑)。

循環的流れ



- 回転表は、成長を遂げてスペクトル図表に変身します。
- スペクトル図表は、フーリエ変換の終着駅です。
- この図表が画像の色値と配置を表す要約図表なのです。
- スペクトル図表を基礎資料として画像補正を行います。
- そしてこの補正後に、再び画像の世界に戻ります。
- フーリエ変換により、
- 「現実の世界⇒周波数の世界⇒周波数補正⇒現実の世界」
- という循環的な流れを繰り返すことができます。

フーリエの3本柱



- 繰り返しますが、重要なポイントが3つあります。
 - ①「色差すなわち色値と配置を求めること」
 - ②「周波数領域で補正できること」
 - ③「周波数の世界から再び画像の世界に戻せること」
 - これが、フーリエ変換の3本柱です。
-
- 周波数の世界から元に戻すときもフーリエ変換を使います。
 - このフーリエ変換を「逆変換」と言います。
-
- 遠心分離機では、完全には元の状態に戻せません。
 - フーリエ変換では、完全に元の画像に戻せます。
 - フーリエ変換は、とても賢いんです(笑)。

まとめ



- では、フーリエ変換の復習を行ってみましょう。
- ① 画像を遠心分離機に掛けるようなものである。
- ② 遠心分離機と同様に、「回転」という手法を利用する。
- ③ フーリエ変換により、周波数領域の世界に踏み込める。
- ④ フーリエ変換により、色値と色配置を整列分離できる。
- ⑤ その他にも、高速または高質の画像補正を行える。
- ⑥ 速度と間隔は、結果だけを見れば、同じとなる。
- ⑦ 回転表は、中央から放射状の形式となる。
- ⑨ 回転表では、低周波が中央に集まる。
- ⑩ 回転表では、高周波が周縁に集まる。
- ⑪ フーリエ逆変換で、画像の世界に戻ることができる。