ピクトの独り言

フーリエ変換の話し_その3

株式会社 アイネット

左上型回転表

- 前回の初めに、左上型の回転表を作成しました。

- この表は、その後中央型の回転表に修正されました。
- 上下左右でバランスが取れていないからでしたね。

- その原因は、スタート位置が左上であるからでしょう。

画像１

左上型回転表
（スタート位置が左上）

回数 No	0	1	2	3	4	5	6	7
0	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
1	◎	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
2	◎	②	④	⑥	◎	②	④	⑥
3	◎	③	⑥	①	④	⑦	②	⑤
4	◎	④	◎	④	◎	④	◎	④
5	◎	⑤	②	⑦	④	①	⑥	③
6	◎	⑥	④	②	◎	⑥	④	②
7	◎	⑦	⑥	⑧	④	③	②	①

回転運動

- 次に、回転運動の速さと進んだ距離を矩形で表しました。

- これも、敢えて矩形運動にしました。
- 円が描写し難かったからではありません(笑)。

- 理由あって、円運動ではなく矩形運動にしていたのです。
- さて、その理由は何なのでしょうか・・・。

画像２

左上型回転表

１間隔の鈍行列車

◎ → ↑	→ ① →	→ ② ↓
↑ ⑦ ↑		↓ ③ ↓
↑ ⑥ ←	← ⑤ ←	↓ ← ④

６飛ばしの特急列車

◎ → ↑	→ ⑦ →	→ ⑥ ↓
↑ ① ↑		↓ ⑤ ↓
↑ ② ←	← ③ ←	↓ ← ④

矩形運動

- 左上型回転表と円運動を修正した理由は何でしょう。
- それは基準地点の考え方にあります。
- 左上型の回転表も矩形運動も、基準地点が左上でした。
- それを前提にして、話しを進めました。

- 矩形運動の場合、それでまったく違和感は無いですよね。
- 表計算ソフトもデータベースソフトも、そうですね。
- 両者とも、左上を基準に表を作成します。
- 矩形の場合、左上基準が至極当然なのです。

- 円運動ではなく、あえて矩形運動でご説明したのです。

円運動

- 円運動の場合、スタート位置は、はたしてどこでしょうか。

- 東西南北、さて何れでしょう。
- 矩形のように、左上からのスタートはまず無いでしょう。
- 東側か北側かの、いずれかではないでしょうか。

- 回り方でも、時計回り反時計回りのいずれも可能でしょう。
- なぜ、いずれも可能なのでしょうか。

- 円の場合、「基準点＝中心点」だからです。
- どこを基準に回っているかが、一番重要なんです。
- スタート位置や回る方向は、二の次なんですね（笑）。

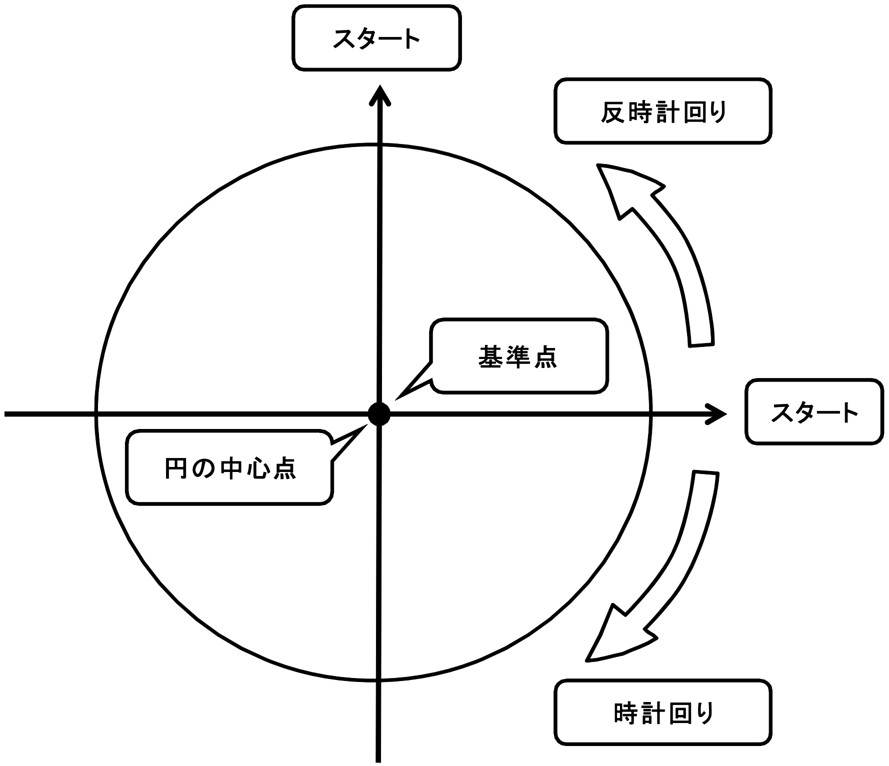
円の前提条件

- 円運動の場合、いくつかの前提条件が必要となります。
- ①　円運動は、「中心点を基準に円周上を回転」する。
- ②　回転方向は、取り合えず「反時計回り」とする。
- ③　円の中心から東西の方向に「ｘ軸」とする。
- ④　また、円の中心から南北の方向に「ｙ軸」とする。
- ⑤　回転運動のスタート地点は、ｘ軸東側とする。
- ⑥　ｘ軸は、右側がプラス、左側がマイナスとする。
- ⑦　ｙ軸は、上側がプラス、下側がマイナスとする。
- ⑧　簡単にするために、「半径＝１の円」とする。

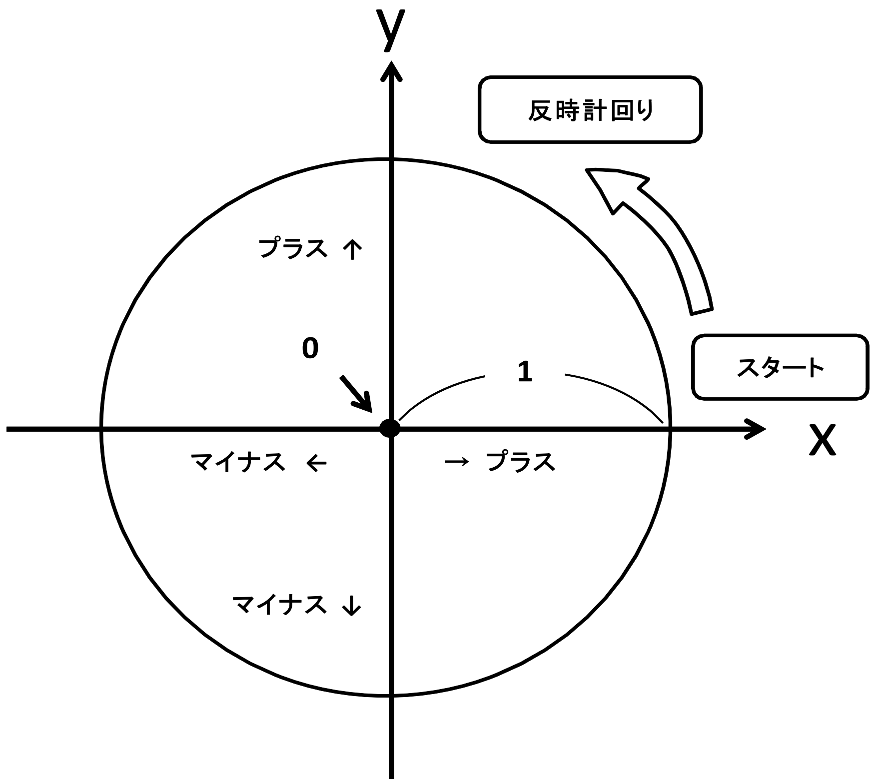
- 半径＝「１の円」です。
- 半径＝「１円」ではありません。当たり前か(笑)。

画像3

円 運 動



円の前提条件



ｘ軸上の移動

- まず円の中心から、円周上の点に移動します。

- 前提条件から、ｘ軸東方に移動したと考えてください。
- 円周にぶち当たった時、その移動の大きさは１ですね。
- 半径１の円を前提にしているため、至極当然です(笑)。

- 次に、ｘ軸上を反対方向に移動してみましょう。
- ｘ軸上ですから、ｙの大きさは常にゼロですね。

- 突き当たったｘ軸西方の円周上の点は、さてどうでしょう。
- ｘ＝ △（＝マイナス＝負 ） １の点になりますね。

ｙ軸上の移動

- 次に、再び、円の中央位置に戻って考えます。

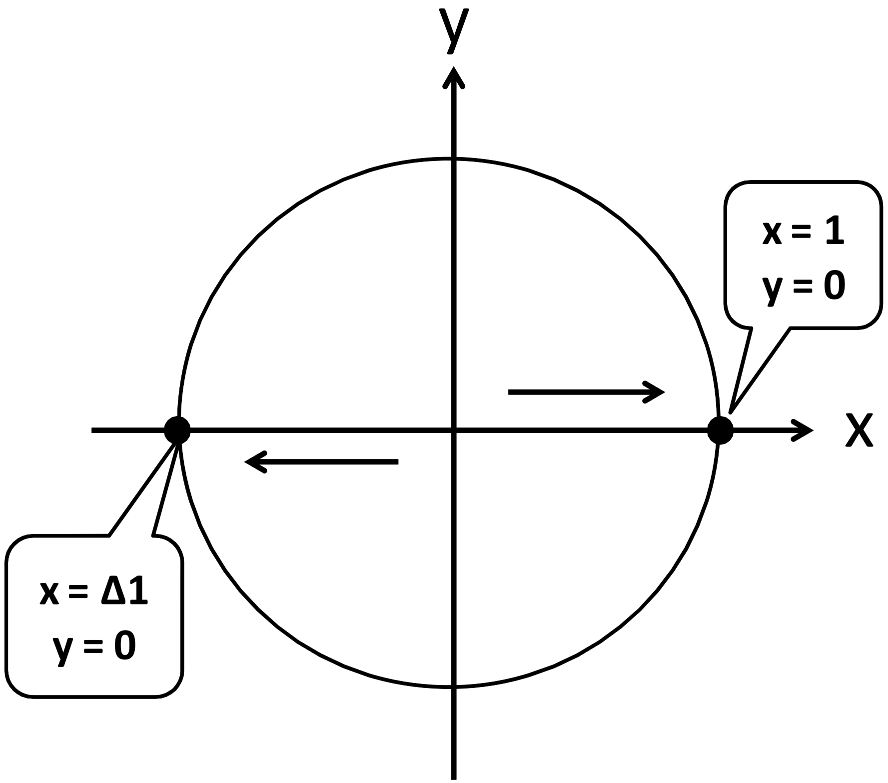
- 今度は、ｙ軸を北上してみましょう。
- 円周にぶち当たった時、その大きさは、やはり１ですね。

- 次に、ｙ軸上を南下して行きます。
- ｙ軸上の移動ですから、ｘの大きさは常にゼロですね。

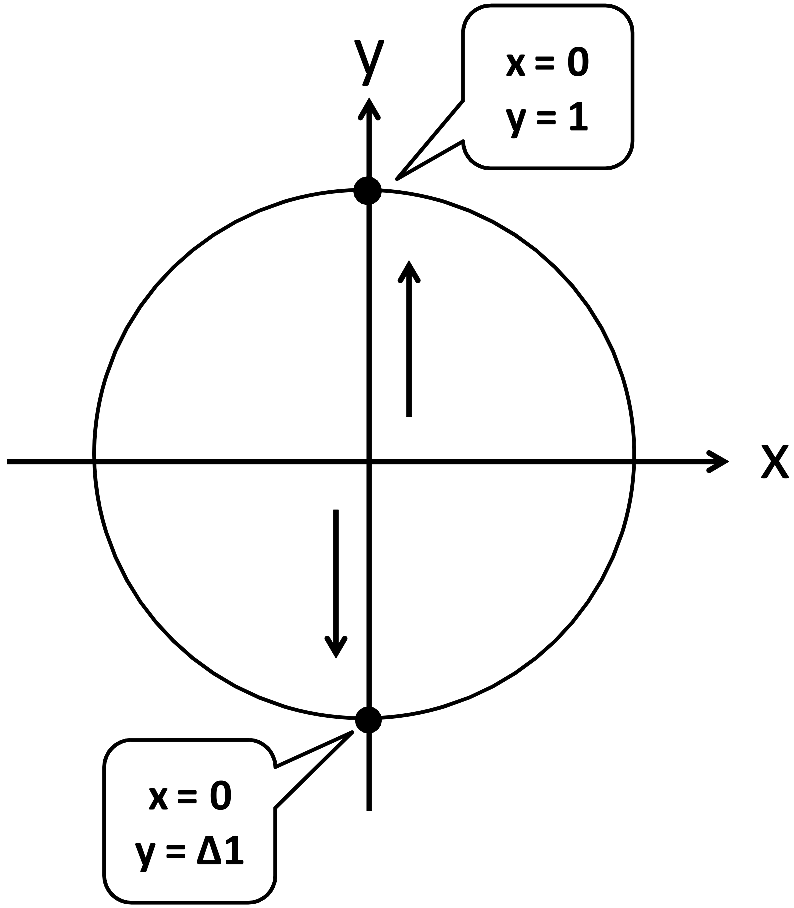
- ｙ軸南方の円周上の点が、ｙが△１の点です。

画像４

x軸上の移動



y軸上の移動



ｘ ｙの円周上の移動

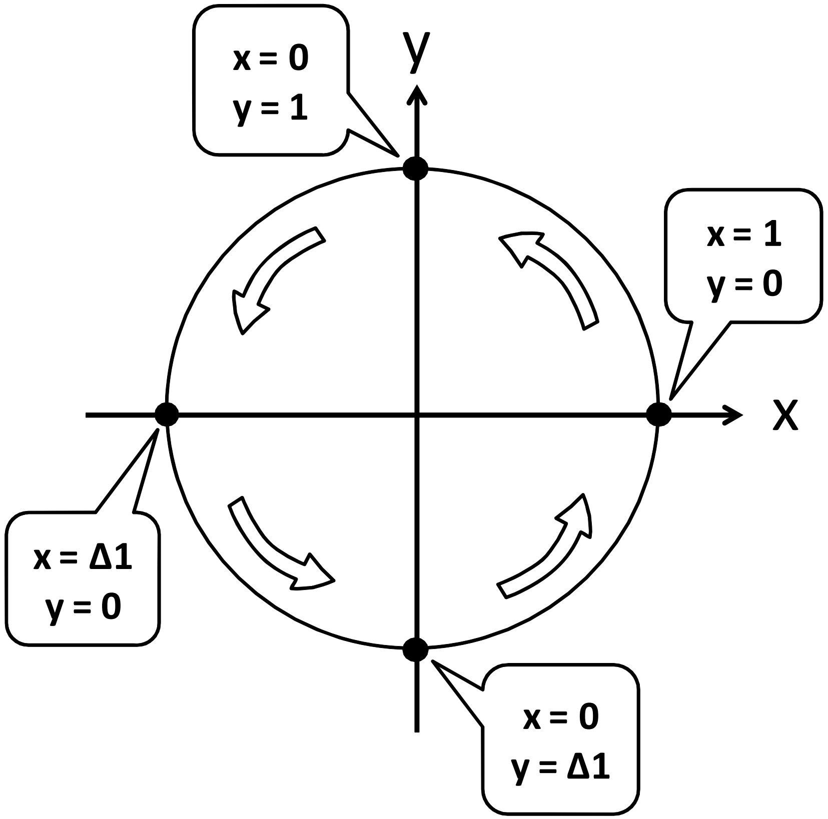
- 今度は、円周上の移動を考えてみましょう。

- 円周上の開始位置は、ｘ軸東方（ｘ＝１、ｙ＝０）です。
- 円周上の点を上方に移動させます。
- 円周上の最北端が、ｙが最大値（ｘ＝０、ｙ＝１）です。
- 次に、少しずつ降りて行きます。
- 水平線の反対側すなわち最西端（ｘ＝△１、ｙ＝０）です。
- さらに南下して、最南端（ｘ＝０、ｙ＝△１）になります。
- 今度は、徐々に上がって行き、元の場所に到達します。

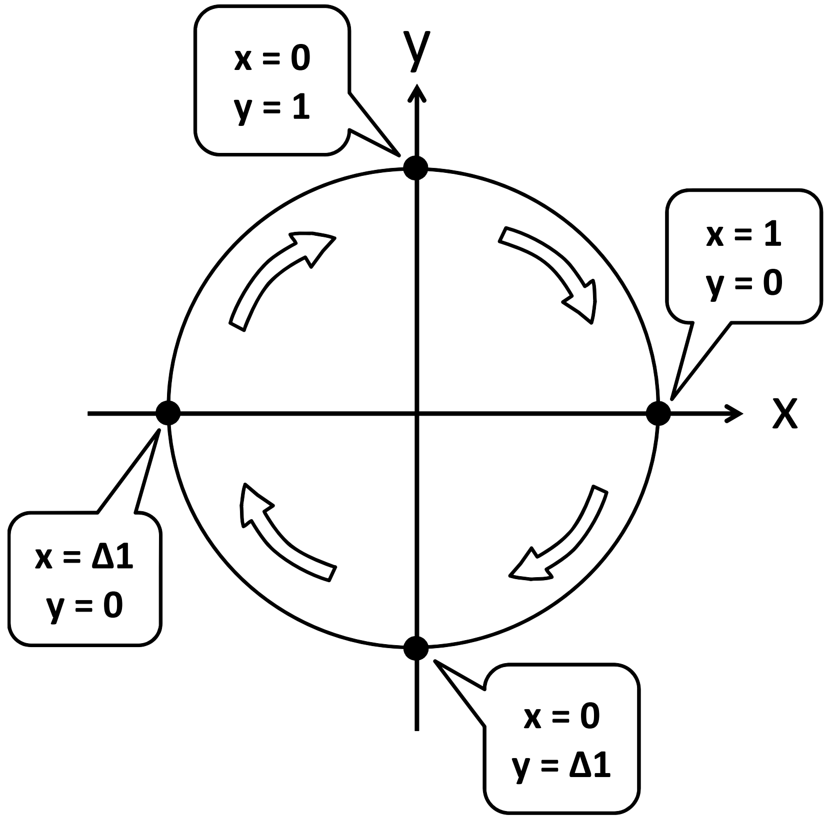
- これが、１回転の円運動です。
- もちろん反対周りも、同じ結果となります(当然)。

画像 5

反時計回り



時計回り



度数計算_30度１

- ｘ軸東側の点より上方の点を検討してみましょう。

- まず、30度上方へ移動した点をＡ点とします。
- Ａ点上のｘとｙの大きさは、いくらになるでしょうか。

- Ａ点から、中心点とｘ軸に、２本の直線を引きます。
- これで、直角三角形が出来上がります。
- 三角形の角度合計は180度です。
- そのため、30度、60度、90度の直角三角形となりますね。

- このような三角形の３辺の長さは、いくらだったでしょう。

度数計算_30度２

- 30度がある直角三角形の３辺の比率はぁ？

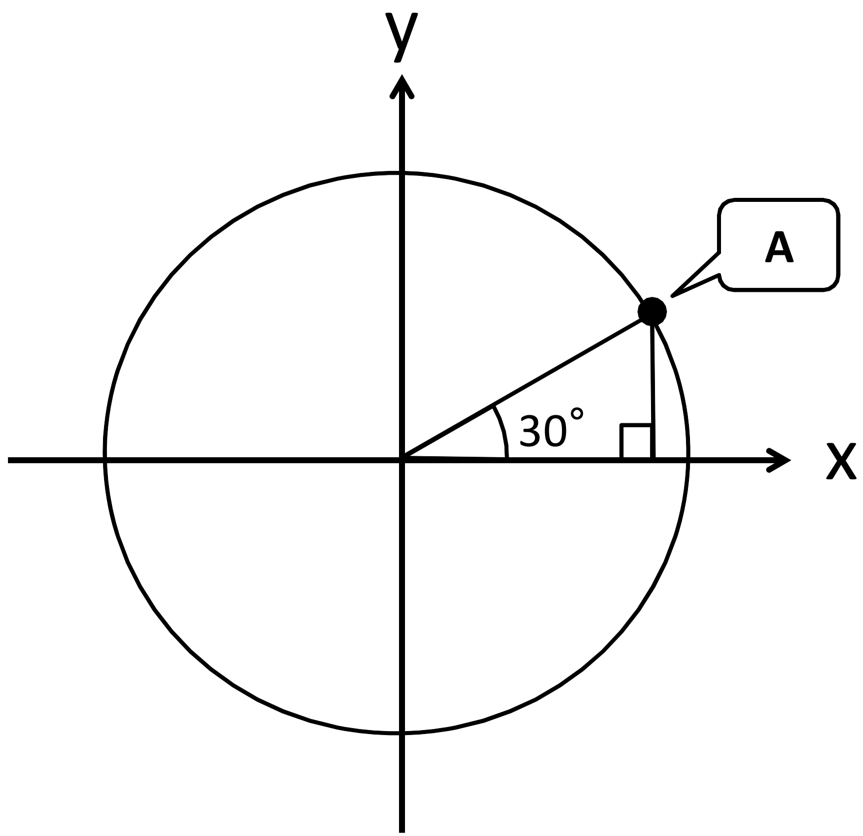
- 「１：２：ルート３（=√3=1.732）」でしたね。
- 覚えていない方は、そうなんだと思ってください(笑)。

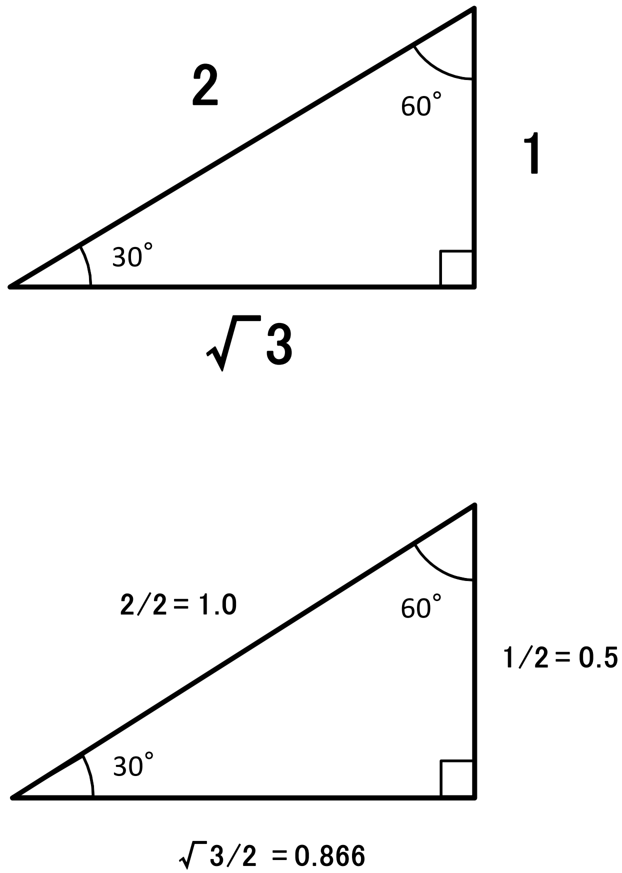
- √は平方根であり、二乗すればその値になるものです。
- この比率を、半径＝１に置き直して、長さを計算します。

- この三角形の３辺の長さは
- ①　長辺（もっとも長い辺）　$2/2 = 1.0$
- ②　短辺（もっとも短い辺）　$1/2 = 0.5$
- ③　中辺（長辺と短辺の間）　$\sqrt{3}/2 = 0.866$

画像 6

30度直角三角形





度数計算_45度１

- 30度からさらに15度、上方へ移動した点をＢ点とします。
- Ｂ点上のｘとｙの大きさは、いくらになるでしょうか。

- Ｂ点から、中心点とｘ軸に、２本の直線を引きます。
- これで、直角三角形が出来上がります。
- 三角形の角度合計は180度です。
- そのため、45度、45度、90度の直角三角形となりますね。

- ２辺の等しい三角形を「二等辺三角形」と言いますね。
- 二等辺三角形の３辺の長さは、いくらだったでしょう。

度数計算_45度２

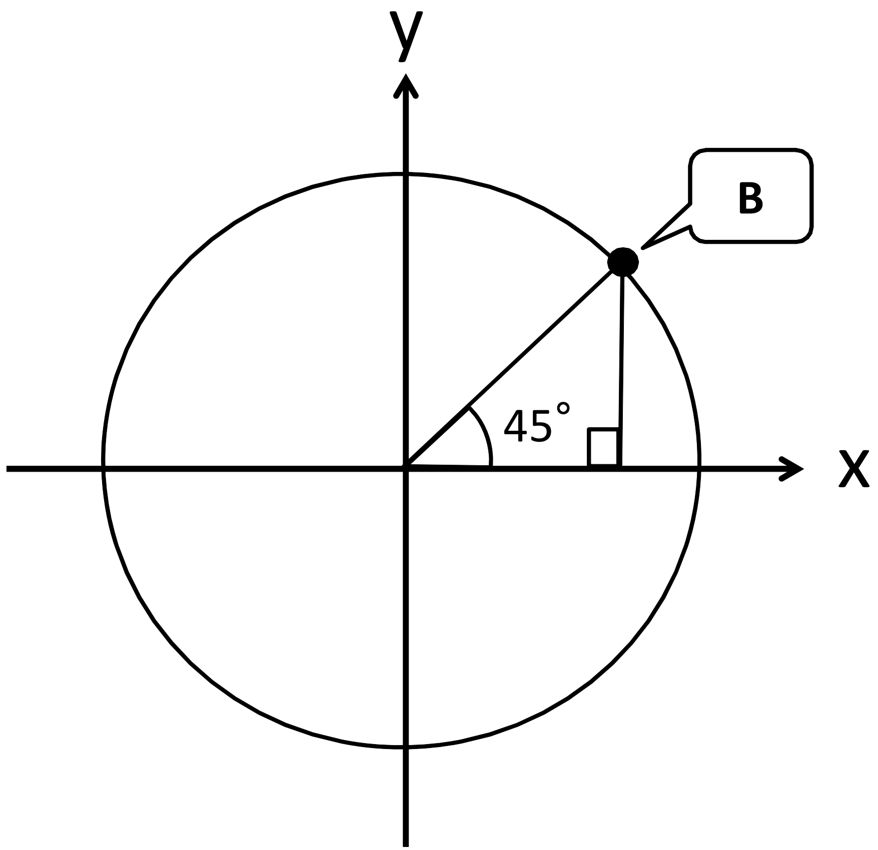
- 45度の直角三角形の３辺の比率はぁ？

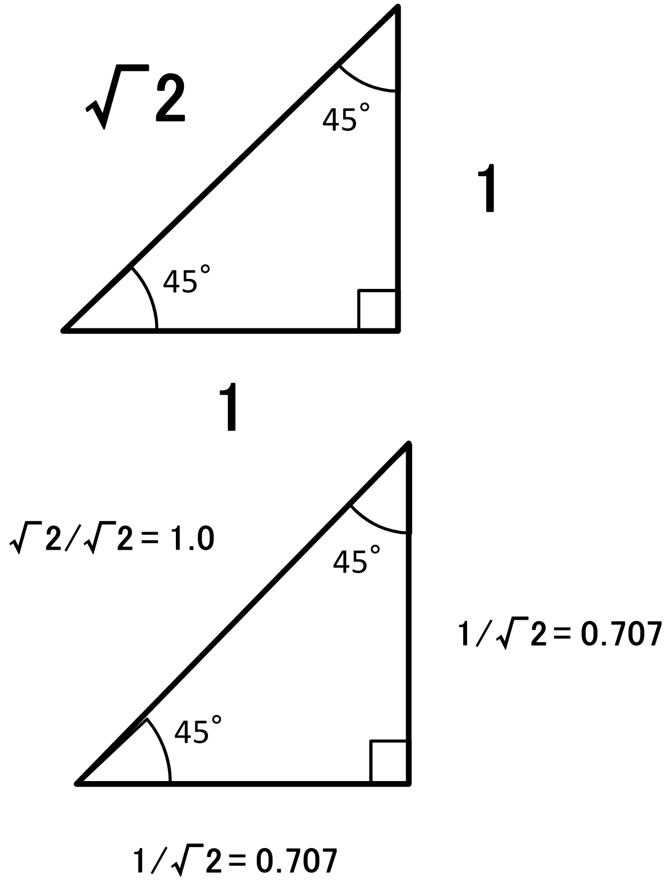
- 「１：１：ルート２（＝$\sqrt{2}$＝1.4142）」でしたね。
- 覚えていない方は、そうなんだと思ってください(笑)。

- この三角形の３辺の長さは
- ①　長辺　$\sqrt{2}/\sqrt{2}$ ＝ 1.0
- ②　短辺１　$1/\sqrt{2}$ ＝ 0.707
- ③　短辺２　$1/\sqrt{2}$ ＝ 0.707

画像 7

45度直角三角形





度数計算_60度

- 45度からさらに15度、上方へ移動した点をＣ点とします。
- Ｃ点上のｘとｙの大きさは、いくらになるでしょうか。

- Ｃ点から、中心点とｘ軸に、２本の直線を引きます。
- これで、直角三角形が出来上がります。
- 三角形の角度合計は180度です。
- そのため、30度、60度、90度の直角三角形となりますね。

- この三角形については、30度で検討済みですね。
- 短辺と長辺が入れ替わるだけです。

度数計算_120度

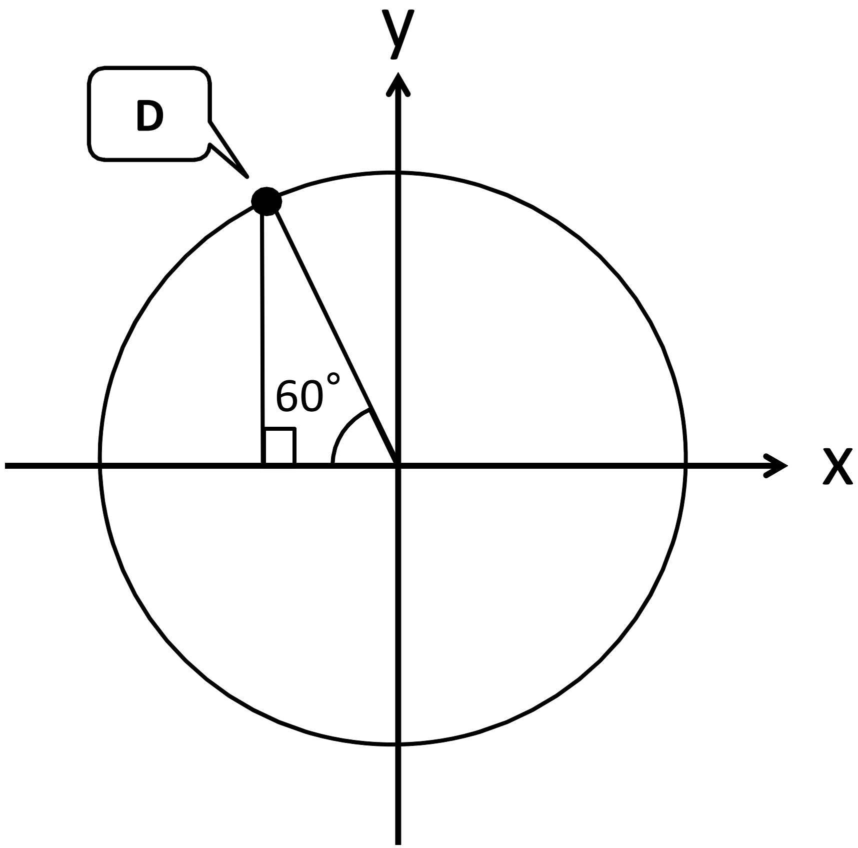
- 90度は、ｙ軸上の点です。
- これについては、ｙ軸移動で検討済みです。

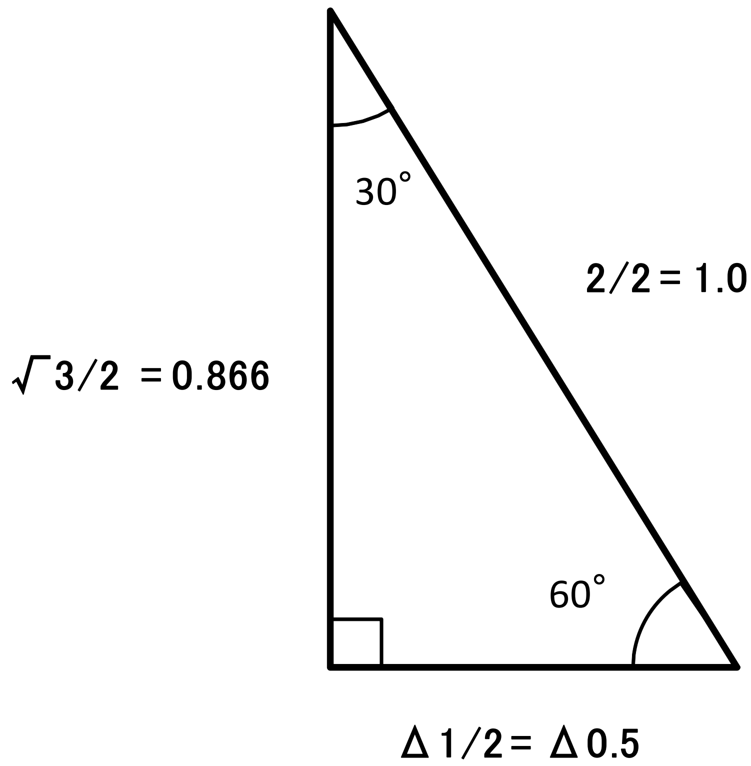
- 今度は、ｙ軸から円周上を徐々に南下しましょう。
- ｙ軸から30度南下した点をＤ点とします。
- ここでも、30度の直角三角形が出来上がります。
- すでに検討済みですね。

- ただし、注意事項が一つあります。
- ｙ軸は依然としてプラスですが、ｘ軸はマイナスです。
- そのため、ｘにはマイナスマークが付きます。
- ｘ　＝　△1/2となります。

画像８

120度直角三角形





度数計算_その他

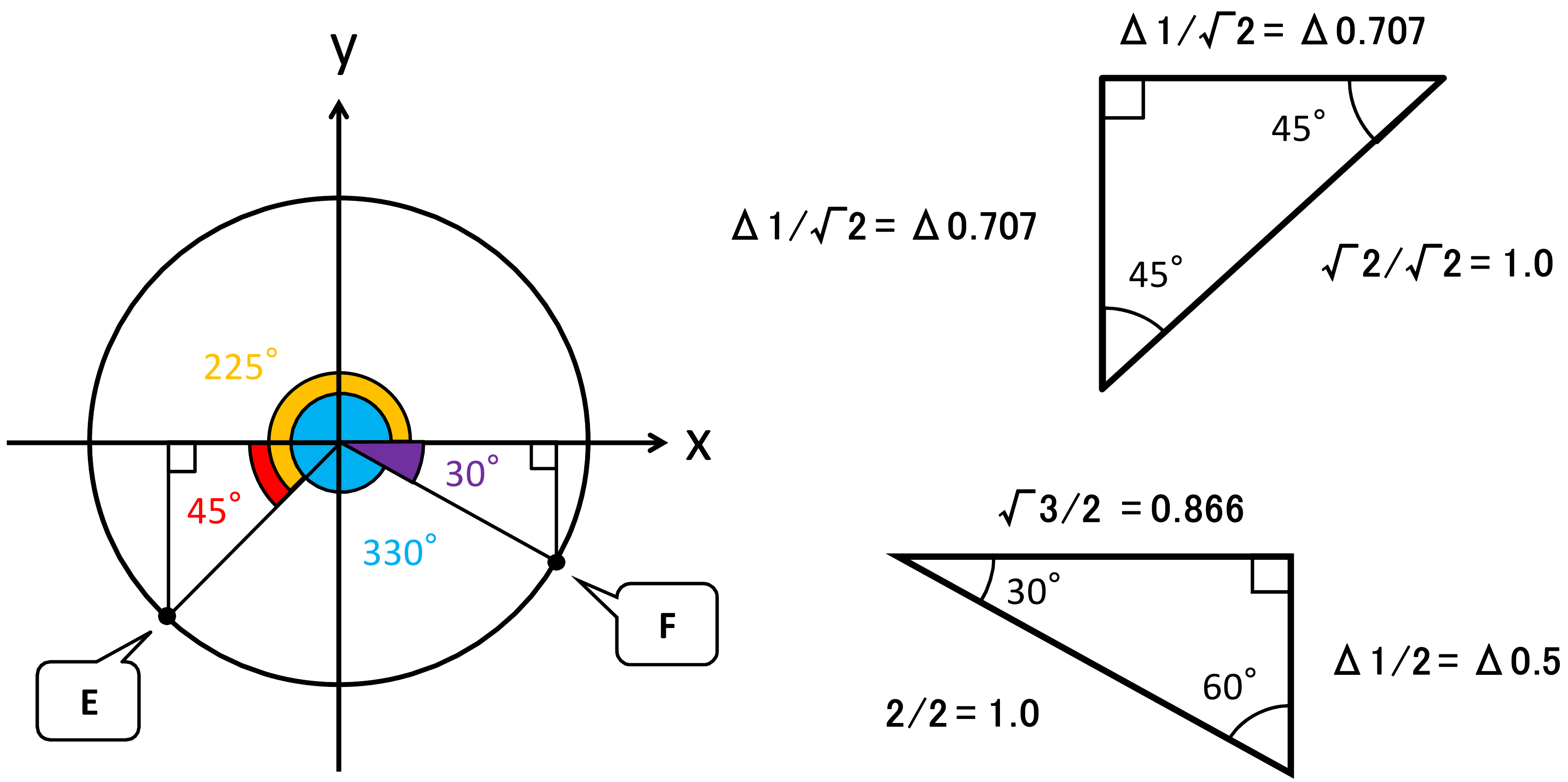
- 225度のＥ点は、どうでしょう。
- ｘ軸に垂線を引くと、45度の直角三角形となります。
- ただし、ｘ軸もｙ軸もともにマイナスです。
- そのため、ｘ＝△1/√2、ｙ＝△1/√2 となります。

- 330度のＦ点は、どうでしょう。
- ｘ軸に垂線を引くと、30度の直角三角形となります。
- ただし、ｙ軸はマイナスです。
- そのため、ｘ＝√3/2、ｙ＝△1/2 となります。

- 度数計算で、ある程度の回転位置の計算はできるのですね。

画像９

225度及び330度



三角関数表

- これまでに登場しなかった角度はどうするのでしょうか。
- 答えは簡単、「三角関数表」なるものがあります。
- これを使って、計算します。

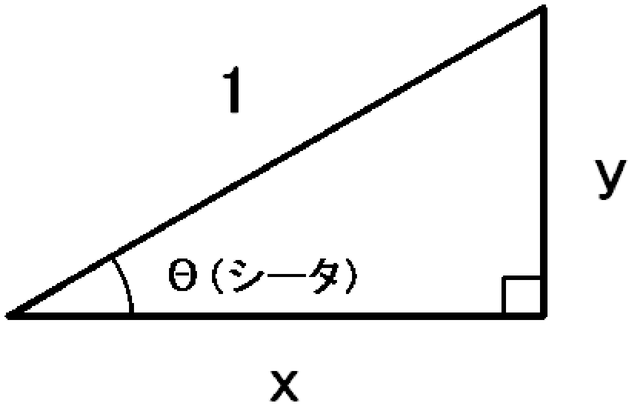
- 三角関数表では、タンジェントも登場します。
- フーリエ変換では、タンジェントは使用しません。
- サインとコサインだけを理解してください。

- サインとコサインは、
- 「サイン　＝ 長辺を１としたときのｙの大きさ ＝ ｙ」
- 「コサイン＝ 長辺を１としたときのｘの大きさ ＝ ｘ」
- を表します。

画像10

三角関数表

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)	角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
$0°$	0.0000	1.0000	0.0000	$45°$	0.7071	0.7071	1.0000
$1°$	0.0175	0.9998	0.0175	$46°$	0.7193	0.6947	1.0355
$2°$	0.0349	0.9994	0.0349	$47°$	0.7314	0.6820	1.0724
$3°$	0.0523	0.9986	0.0524	$48°$	0.7431	0.6691	1.1106
$4°$	0.0698	0.9976	0.0699	$49°$	0.7547	0.6561	1.1504
$5°$	0.0872	0.9962	0.0875	$50°$	0.7660	0.6428	1.1918



$\sin\theta = y/1 \rightarrow y = \sin\theta$

$\cos\theta = x/1 \rightarrow x = \cos\theta$

ピタゴラスの定理１

- 度数が不明なものについては、どうでしょう。
- この場合、ｘかｙかのどちらかの値が判かれば判明します。
- 例えば、長辺＝1.0, ｘ値＝0.8とすると、ｙ値はいかに(笑)。

- これも数学に、重要な公式があります。
- 数学の重要な公式、さて何でしょう。

- 直角三角形における「ピタゴラスの定理」です。
- ピタゴラスの定理は、
- 「長辺の長さ＝√（短辺の二乗＋中辺の二乗）」
- と言うものです。

ピタゴラスの定理２

- 具体的な計算を行ってみましょう。

- 長辺＝1.0、ｘ値＝0.8とすると、ｙ値は・・・。
- 1.0＝√（0.8×0.8＋ａ×ａ）となります。

- 両辺を二乗して、ａを解くと、0.6と言う回答が出ます。

- $1.0 \times 1.0 = 0.8 \times 0.8 + a \times a$
- $a \times a = 1.0 - 0.64 = 0.36$
- $a = \sqrt{0.36} = 0.6$

画像11

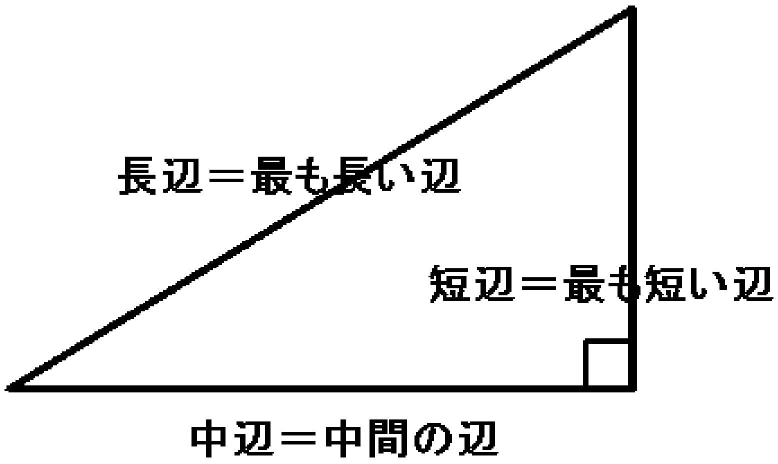
ピタゴラスの定理

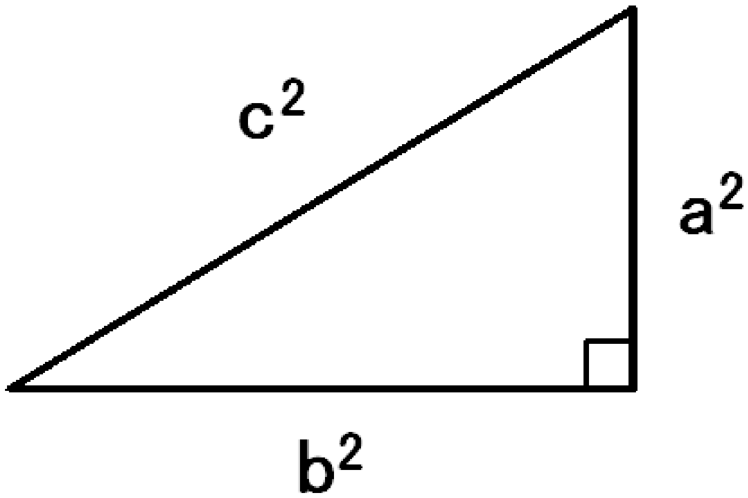
$$\text{長辺} = \sqrt{\text{短辺}^2 + \text{中辺}^2}$$

$$\text{長辺}^2 = \text{短辺}^2 + \text{中辺}^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$





コーヒータイム

- 一応、度数計算が出来るようになりました。
- では、回転表をさらに分析して行きたいと思います。

- とその前に、話しが少し長くなりそうです。
- ここで、コーヒータイムにしたいと思います(一休み)。

- コーヒーで遠心分離機を試したい方は居られますか。
- ただ、掻き混ぜただけでは、泡が立つだけでしょう。

- 行儀が悪いと怒られたりしてぇ・・・(笑)。

- では、また後ほど。